

ED N°1Exercice TAN1

Une source X émet les trois symboles a_1, a_2 et a_3 avec les probabilités suivantes

$$\Pr(X = a_1) = 0.25, \Pr(X = a_2) = 0.5 \text{ et } \Pr(X = a_3) = 0.25$$

Cette source est connectée à un canal de transmission à entrées et sorties discrètes dont les probabilités conditionnelles sont définies comme suit :

$$p_{ij} = \Pr(Y = a_j | X = a_i) = 0.05 \quad \forall i, j \in \{1, 2, 3\} \text{ avec } i \neq j$$

$$p_{ii} = \Pr(Y = a_i | X = a_i) = 0.9 \quad \forall i \in \{1, 2, 3\}$$

(p_{ij} est la probabilité de recevoir a_j lorsque l'on émet a_i)

1/ représenter graphiquement ce canal de transmission

2/ calculer les probabilités $\Pr(Y = a_j)$ pour $j \in \{1, 2, 3\}$ et les probabilités conditionnelles

$$\Pr(X = a_i | Y = a_j)$$

3/ calculer les entropies $H(X)$ et $H(Y)$, l'entropie conjointe $H(X, Y)$ et l'entropie conditionnelle $H(Y|X)$

4/ vérifier que $H(X, Y) = H(Y|X) + H(X) = H(X|Y) + H(Y)$

Exercice TAN5 (G. Battail)

On tire quatre cartes au hasard dans un jeu de 32 cartes (4 couleurs : coeur, pique, carreau et trèfle - 8 valeurs : 7, 8, 9, 10 valet dame roi as). Soit les événements :

E1 : l'événement "la main ne contient aucun 7, 8, 9 et 10"

E2 : l'événement " la main ne contient aucun roi, dame, valet"

E3 : l'événement " la main contient quatre cartes de la même valeur"

1/ Calculer l'information $h(E1)$, $h(E2)$ et $h(E3)$.

2/ Calculer l'information mutuelle $i(E1, E2)$, $i(E1, E3)$