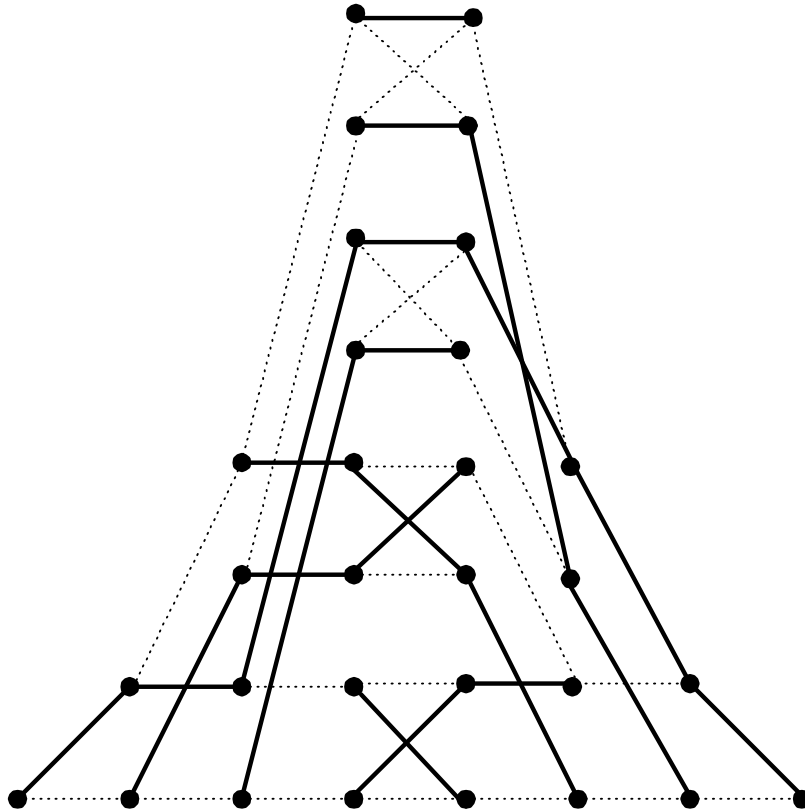


TD N°11

TAN 31 : décodage à entrées dures d'un code en bloc sur le treillis

Soit le treillis correspondant au code de Hamming défini par la matrice génératrice systématique suivante

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} :$$



Soit le mot d'information suivant : $u=[1111]$. Déterminer le mot de code correspondant.

On considère que le canal ajoute une erreur de transmission $e=[1000000]$.

En déduire le mot reçu $r=x+e$.

Retrouver le mot de code émis en utilisant un décodeur de Viterbi à entrées dures (on utilisera donc la distance de Hamming pour le calcul des métriques de branche) .

TAN 32 : décodage à entrées pondérées d'un code en bloc sur le treillis

Soit le treillis correspondant au code de Hamming défini par la matrice génératrice systématique suivante

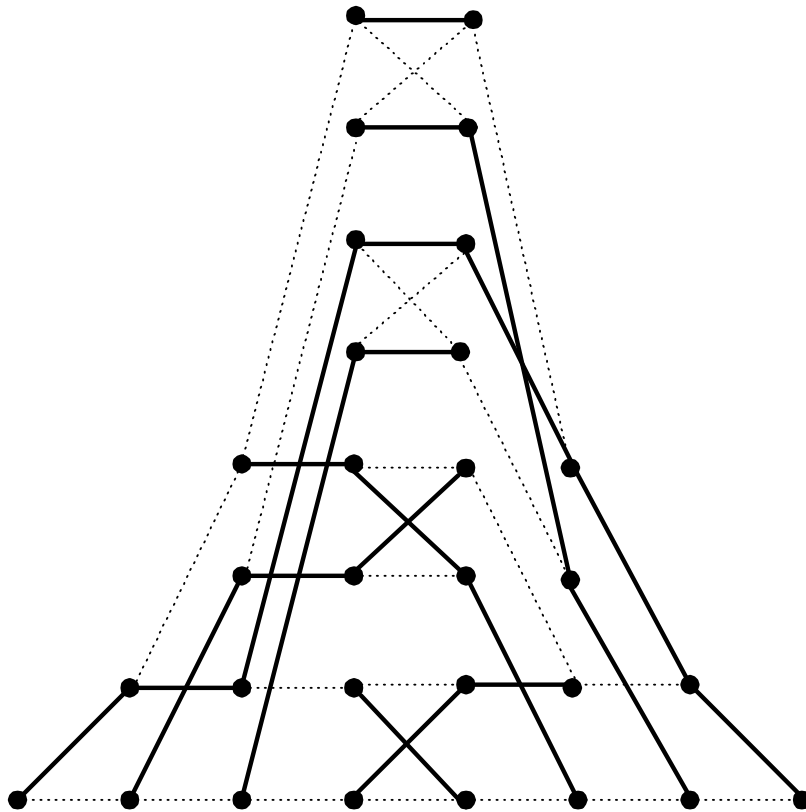
$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} :$$

Soit le mot d'information suivant : $u=[1111]$. Déterminer le mot de code correspondant.

Avant émission sur le canal on convertit les bits en un signal bipodal bit 0 $\Rightarrow$ -1 et bit 1 $\Rightarrow$ +1).

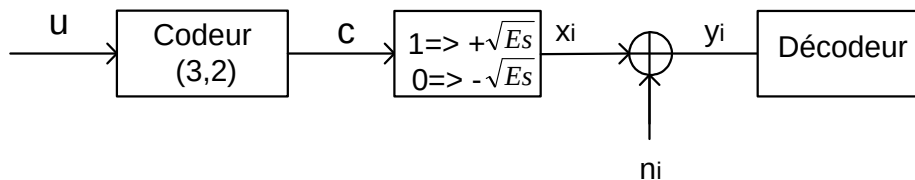
Les échantillons reçus sont $-0.2 +0.8 +1.0 +1.4 -0.5 +2.5 +0.7$

Effectuer le décodage en utilisant un décodeur de Viterbi à entrées pondérées (on utilisera donc la distance euclidienne $(y-x)^2$ au lieu de la distance de Hamming pour le calcul des métriques de branche).



TAN 36 :

On considère le code linéaire systématique en bloc binaire (3,2) défini par l'équation de parité $u_1 + u_2 + c_3 = 0$ et la chaîne de transmission discrète équivalente (canal AWGN de variance $\sigma^2 = N_0 / 2$):

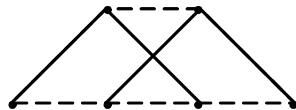


- Donner la matrice génératrice systématique, la liste des mots de code $\mathbf{c}$ et la fonction d'énumération de poids. En déduire la distance minimale de ce code et sa capacité de correction et de détection.
- Représenter les différents mots $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3]$ dans un espace à 3 dimensions. En déduire la distance euclidienne entre deux mots $\mathbf{x}$
- On rappelle que la probabilité d'erreurs par paire en fonction de la distance euclidienne s'exprime comme suit :

$$p(\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}') = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \frac{d(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{2\sqrt{N_0}}$$

En déduire le taux d'erreurs mots pour ce code.

- Soit le treillis suivant associé à ce code :



On reçoit le mot $\mathbf{y} = [+0.9 \ +0.1 \ +1.4]$. Réaliser le décodage à entrées pondérées en utilisant un décodeur de Viterbi (on supposera ici que $E_s = +1$). Commentez les résultats obtenus.

- (bonus)** A partir du mot reçu ci-dessus, calculer les probabilités conditionnelles $\Pr(u_2=1 | \mathbf{y})$ et $\Pr(u_2=0 | \mathbf{y})$. On prendra $N_0=4$.