CNAM **ELE112** **Codage de source**

ED N°2

Exercice TAN2

Considérons une course hippique avec 8 chevaux. La probabilité de gagner de chacun des chevaux est la suivante : $\left\{\frac{1}{2};\frac{1}{4};\frac{1}{8};\frac{1}{16};\frac{1}{64};\frac{1}{64};\frac{1}{64};\frac{1}{64}\right\}$

1/ calculer H(X) l'entropie de la course hippique
2/ on recommence cette course un grand nombre de fois et on souhaite transmettre à une personne le cheval gagnant de chacune des courses.
a/ sans exploiter la non uniformité des probabilités, combien le message à transmettre doit il contenir de bits ?
b/ en utilisant les probabilités de gain de chacun des chevaux, proposer un système de codage permettant de réduire le nombre moyen de bits par message. Calculer le nombre moyen de bits.

Exercice TAN3

Une source d'information X de débit D=1000 symboles/s utilise 4 messages A,B,C,D avec les probabilités d'apparition :
P(A)=0.6 ; p(B)=0.2 ; p(C)=0.15 ; p(D)=0.05

1/ calculer l'entropie H(X) et le débit informationnel D_I de la source X
2/ on encode les symboles de la source de la façon suivante :
A -> 00 ; C -> 10 ; B -> 01 ; D-> 11

Quel est le débit binaire D' de la nouvelle source S' obtenue après codage ? Calculer l'entropie binaire H' de cette nouvelle source

3/ Utiliser l'algorithme de Huffman pour encoder efficacement les symboles. Calculer le nouveau débit binaire D''. Calculer l'entropie binaire H'' . Conclusion ?

4/ Comment peut on améliorer l'efficacité du codage ?

Exercice TAN4

Une source d'information X utilise 3 messages A,B,C avec les probabilités d'apparition :
P(A)=0.5 ; p(B)=0.25 ; p(C)=0.25

1/ calculer l'entropie H(X)
2/ on encode les messages de la source de la façon suivante :
A -> 00 ; C -> 11 ; B -> 01
Calculer la longueur moyenne des mots.

3/ Utiliser l'algorithme de Huffman pour encoder efficacement les symboles de la source. Calculer la longueur moyenne des mots ainsi obtenue.

4/ On suppose maintenant que les symboles sont corrélés deux à deux :
P(AA)=0.25 ; p(AB)=0.2 ; p(AC)=0.05 ;p(BA)=0.05 ; p(BB)=0.05 ; p(BC)=0.15 ; p(CA)=0.2 ; p(CB)=0; p(CC)=0.05

Calculer H(X).
Proposer un encodage efficace de cette source et calculer la longueur moyenne des mots.

Exercice TAN 6 : (examen 13 janvier 2006 FIP-CPI)

On veut optimiser le codage d'images transmises par un système numérique. Les images sont numérisées et codées selon des niveaux de gris.
Une image est constituée de 128x128 pixels. Chaque pixel est ensuite codé par un niveau de gris parmi dix niveaux possibles. Les niveaux de gris sont désignés par la suite par n_0, n_1, n_2, …., n_8, n_9.
Une étude statistique des images montre que l'on dispose en moyenne de :
7410 pixels uniformément répartis sur les niveaux n_4 et n_5.
6900 pixels uniformément répartis sur les niveaux n_2, n_3, n_6 et n_7.
1620 pixels uniformément répartis sur les niveaux n_1 et n_8 .
454 pixels uniformément répartis sur les niveaux n_0 et n_9 .

1) Calculer les probabilités p_i correspondant aux niveaux n_i de la source d'images. En déduire l'entropie moyenne par pixel de cette source. Quelle est la redondance du message constitué d'images ?
2) On code les pixels à l'aide de bits. On choisit de coder chaque niveau avec un nombre identique de bits. Quel est le nombre minimum de bit par pixel ? Quelle est la quantité d'information moyenne transportée par un élément binaire ?
3) Construire un code de Huffmann pour réduire le nombre de bits moyens par niveau. En déduire la longueur moyenne en éléments binaires des niveaux. Quelle est la quantité d'information moyenne transportée par un élément binaire ?
4) Le débit binaire de transmission est de 10^7 bits/s. Calculer la durée de transmission d'une image :
   a) dans le cas d'un codage uniforme
   b) dans le cas du codage de Huffmann.