

Application du filtrage particulaire à l'estimation conjointe données-canal

Tanya BERTOZZI^{1,2}, Didier LE RUYET², Gilles RIGAL¹ and Han VU-THIEN²

¹ DIGINEXT

45 Impasse de la Draille, 13857 Aix en Provence Cedex 3, France

²CNAM

292 rue Saint Martin, 75141 Paris Cedex 3, France

bertozzi@diginext.fr, leruyet@cnam.fr

rigal@diginext.fr, vu-thien@cnam.fr

Résumé – Dans cet article nous étudions le problème de l'estimation conjointe données-canal pour des canaux à évanouissement rapide. Nous proposons d'utiliser le filtrage particulaire pour l'estimation des données et le filtre de Kalman pour l'estimation du canal. Nous comparons la solution proposée avec les méthodes classiques de réduction de complexité. Nous montrons que l'application du filtrage particulaire sur l'espace d'état discret des données conduit à une approche similaire à l'algorithme T. En conséquence le filtrage particulaire ne peut pas améliorer le compromis entre performance et complexité des solutions classiques. Nous concluons qu'il est préférable d'utiliser le filtrage particulaire pour l'estimation conjointe de paramètres discrets et continus.

Abstract – In this paper we study the problem of the joint data-channel estimation in fast fading channels. We propose to use particle filtering for the data estimation and the Kalman filter for the channel estimation. We compare the proposed solution with the classical reduced complexity methods. We show that the application of particle filtering to the discrete state space of the data leads to an approach similar to the T algorithm. Hence, particle filtering cannot improve the trade-off between performance and computational complexity of the classical solutions. We conclude that it is preferable to use particle filtering for the joint estimation of discrete and continuous parameters.

1 Introduction

Le filtrage particulaire ou méthode de Monte Carlo séquentielle [1] est une technique très efficace pour estimer séquentiellement l'état caché d'un système dynamique non linéaire. Le calcul de cette estimation dépend de la densité de probabilité a posteriori de l'état caché sachant les observations. Cependant, dans le cas d'un système dynamique non linéaire cette densité ne peut pas être déterminée analytiquement. Il faut utiliser des approximations numériques. Le filtrage particulaire approxime la densité a posteriori avec des échantillons pondérés, appelés particules, qui évoluent dans le temps selon les lois dynamiques du système considéré. Cette évolution permet l'estimation séquentielle de l'état caché.

En général, le filtrage particulaire est appliqué pour estimer des états cachés continus. Dans cet article, nous utiliserons le filtrage particulaire pour estimer les données d'une communication mobile, qui sont discrets, et nous associerons à chaque particule un filtre de Kalman pour estimer les coefficients du canal conjointement aux données. Cette approche d'estimation conjointe données-canal est justifiée pour des canaux à évanouissement rapide. Nous utiliserons la discrétisation fournie par les particules pour réduire la complexité du récepteur. Ensuite, nous comparerons le récepteur proposé avec les techniques classiques de réduction de complexité, comme l'algorithme DDFSE [3, 2], l'algorithme M [4] et l'algorithme T [5].

Cet article est organisé comme suit : tout d'abord nous introduirons le modèle du système de transmission. Ensuite nous décrirons le récepteur particulaire dans la section 3 et finalement nous présenterons les résultats de simulation en section 4.

2 Modèle du système de transmission

Nous supposons que l'information est portée par un signal binaire antipodal. La généralisation à des modulations plus complexes est immédiate. Les bits d'information, considérés indépendants, sont organisés en trames constituées par un préambule de bits connus utilisés pour l'estimation du canal, les bits de données et plusieurs bits pour terminer le treillis. Le canal est représenté par un filtre à réponse impulsionnelle finie dont les coefficients sont variants dans le temps $\{f_{k,l}\}_{l=0}^L$. L est la mémoire de la réponse impulsionnelle du canal. Nous supposons que les variations temporelles du canal à l'intérieur d'une trame sont importantes et donc que le canal doit être estimé tout au long de la trame. Le modèle matriciel du signal reçu est le suivant :

$$\mathbf{r}_k = \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}_k + \mathbf{n}_k, \quad (1)$$

où

$$\mathbf{r}_k = [\text{Re}\{r_k\} \ \text{Im}\{r_k\}],$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{B} &= [b_k \ b_{k-1} \dots b_{k-L}] = [b_k \ \mathbf{B}_{k-1}], \\
\mathbf{B}_{k-1} &= [b_{k-1} \dots b_{k-L}], \\
\mathbf{F}_k &= \begin{bmatrix} \text{Re}\{f_{k,0}\} & \text{Im}\{f_{k,0}\} \\ \vdots & \vdots \\ \text{Re}\{f_{k,L}\} & \text{Im}\{f_{k,L}\} \end{bmatrix}, \\
\mathbf{n}_k &= [\text{Re}\{n_k\} \ \text{Im}\{n_k\}].
\end{aligned}$$

Le vecteur $\mathbf{n}_k$ est un bruit blanc gaussien complexe à moyenne nulle, variance scalaire σ_n^2 et dont les composantes réelles et imaginaires sont indépendantes.

3 Filtrage Particulaire pour l'estimation conjointe données-canal

L'estimation d'une séquence de données en présence d'un canal multitrajets peut être interprétée comme un problème de filtrage bayésien, où l'état caché est représenté par la séquence de bits d'information $B_{1:K} = \{b_k; k = 1, \dots, K\}$, composé de K bits et la séquence des coefficients du canal $\mathbf{F} = \{\mathbf{F}_k; k = 1, \dots, K\}$. Le modèle d'observation est décrit par (1). Nous considérons que les coefficients du canal suivent un modèle autorégressif du premier ordre :

$$\mathbf{F}_k = \mathbf{A} \mathbf{F}_{k-1} + \mathbf{W}_k \quad \text{pour } k = 1, \dots, K, \quad (2)$$

où

$$\begin{aligned}
\mathbf{A} &= \text{diag}[\alpha_0, \dots, \alpha_L] \quad \text{et} \\
\mathbf{W}_k &= \begin{bmatrix} \text{Re}\{w_{k,0}\} & \text{Im}\{w_{k,0}\} \\ \vdots & \vdots \\ \text{Re}\{w_{k,L}\} & \text{Im}\{w_{k,L}\} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \quad (3)$$

$\mathbf{W}_k$ est un bruit blanc gaussien complexe à moyenne nulle et covariance $\mathbf{Q}$. Comme nous ne disposons pas d'information a priori sur la rapidité des variations temporelles du canal, nous assumerons que $\mathbf{A}$ est une matrice identité. Nous observons que le modèle d'état (2) et le modèle d'observation (1) sont linéaires et gaussiens pour le canal. Donc, la solution optimale pour estimer les coefficients du canal est le filtre de Kalman.

Pour l'estimation des données, nous utilisons un récepteur à Maximum de Vraisemblance (MV). A partir de la séquence des échantillons reçus

$$R_{1:K} = \{\mathbf{r}_k; k = 1, \dots, K\},$$

la séquence émise estimée par le récepteur MV est :

$$\hat{B}_{1:K} = \arg \max_{B_{1:K}} p(B_{1:K} | R_{1:K}, \hat{\mathbf{F}}), \quad (4)$$

où

$$\hat{\mathbf{F}} = \{\hat{\mathbf{F}}_{k|k-1}; k = 1, \dots, K\}$$

est la séquence des coefficients du canal estimés et $\hat{\mathbf{F}}_{k|k-1}$ est l'estimation des coefficients du canal à l'instant k sachant les échantillons reçus jusqu'à l'instant $k-1$. Le problème principal du récepteur MV est que sa complexité augmente exponentiellement avec la mémoire du canal.

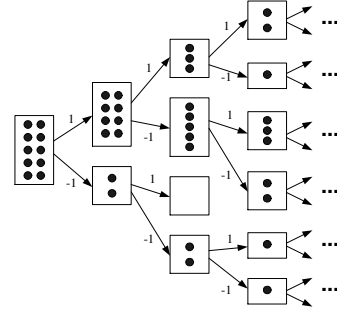


FIG. 1: Arbre particulaire de l'algorithme SIS.

Pour réduire cette complexité, dans cet article nous proposons d'utiliser l'algorithme *Sequential Importance Sampling* (SIS) [6], qui fait partie de la famille des algorithmes appelés filtrage particulaire. Cet algorithme appliqué à un espace d'état discret appartient à la famille des algorithmes de recherche sur arbre, où les feuilles sont des groupes de particules (Fig. 1). Le but de l'algorithme SIS est d'approximer séquentiellement la densité de probabilité a posteriori dans (4) avec des particules pondérées :

$$p(B_{1:K} | R_{1:K}, \hat{\mathbf{F}}) \approx \sum_{i=1}^N \tilde{w}_K^{(i)} \delta(b_K - b_K^{(i)}) \dots \delta(b_1 - b_1^{(i)}), \quad (5)$$

où N est le nombre de particules, $\tilde{w}_K^{(i)}$ est le poids normalisé à l'instant K associé à la particule i et $\delta(b_k - b_k^{(i)})$ est l'impulsion de Dirac centrée en $b_k = b_k^{(i)}$ pour $k = 1, \dots, K$. Initialement, les particules sont dans le même état, constitué par les L derniers bits du préambule. Cet état est la racine de l'arbre. Dans cette application, comme l'espace d'état est discret, les particules ne peuvent se déplacer que vers les états possibles du système. Les particules explorent l'espace d'état en groupe qui représentent les feuilles de l'arbre. Pour chaque groupe à l'instant $k-1$, le bit courant ne peut prendre que deux valeurs : $+1$ et -1 . Les particules se divisent en deux groupes. Dans l'algorithme SIS conventionnel, les particules évoluent dans le temps selon la fonction d'importance $\pi(b_k^{(i)} | B_{1:k-1}^{(i)}, R_{1:k})$, c'est à dire que pour l'évolution de l'instant $k-1$ à l'instant k , elles sont tirées suivant cette fonction. Nous considérons la fonction d'importance optimale qui minimise la variance des poids des particules [6] :

$$\pi(b_k^{(i)} | B_{1:k-1}^{(i)}, R_{1:k}) = p(b_k^{(i)} | \mathbf{B}_{k-1}^{(i)}, \hat{\mathbf{F}}_{k|k-1}^{(i)}, \mathbf{r}_k), \quad (6)$$

où $\mathbf{B}_{k-1}^{(i)} = [b_{k-1}^{(i)} \dots b_{k-L}^{(i)}]$ est le terme d'interférence entre symboles dû à la mémoire du canal. Pour ce problème, les particules ne peuvent pas être tirées car les états sont discrets. Les particules d'un groupe à l'instant $k-1$ se diviseront proportionnellement à la fonction d'importance en deux groupes à l'instant k . A cause de l'indivisibilité des particules, il peut arriver que des groupes restent vides. Les chemins associés aux groupes vides sont alors éliminés. Calculons (6) pour le bit $b_k = 1$. Le calcul pour $b_k = -1$ est similaire. En appliquant le théorème de Bayes, la fonction d'importance s'écrit :

$$p(b_k^{(i)} = 1 | \mathbf{B}_{k-1}^{(i)}, \hat{\mathbf{F}}_{k|k-1}^{(i)}, \mathbf{r}_k)$$

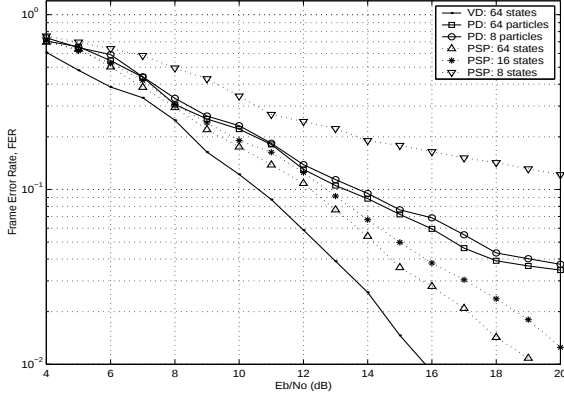


FIG. 2: FER versus Eb/No: Comparaison PSP-PD.

$$= \frac{p(\mathbf{r}_k | \mathbf{B}_+^{(i)}, \hat{\mathbf{F}}_{k|k-1}^{(i)}) p(b_k^{(i)} = 1 | \mathbf{B}_{k-1}^{(i)}, \hat{\mathbf{F}}_{k|k-1}^{(i)})}{\int p(\mathbf{r}_k | \mathbf{B}_+^{(i)}, \hat{\mathbf{F}}_{k|k-1}^{(i)}) p(b_k^{(i)} | \mathbf{B}_{k-1}^{(i)}, \hat{\mathbf{F}}_{k|k-1}^{(i)})} \quad (7)$$

où $\mathbf{B}_+^{(i)} = [b_k^{(i)} = 1 \quad \mathbf{B}_{k-1}^{(i)}]$. Comme les bits d'information sont indépendants, on a :

$$p(b_k^{(i)} = 1 | \mathbf{B}_{k-1}^{(i)}, \hat{\mathbf{F}}_{k|k-1}^{(i)}) = \frac{1}{2}. \quad (8)$$

Donc, (7) devient :

$$\begin{aligned} p(b_k^{(i)} = 1 | \mathbf{B}_{k-1}^{(i)}, \hat{\mathbf{F}}_{k|k-1}^{(i)}, \mathbf{r}_k) \\ = \frac{p(\mathbf{r}_k | \mathbf{B}_+^{(i)}, \hat{\mathbf{F}}_{k|k-1}^{(i)})}{p(\mathbf{r}_k | \mathbf{B}_+^{(i)}, \hat{\mathbf{F}}_{k|k-1}^{(i)}) + p(\mathbf{r}_k | \mathbf{B}_-^{(i)}, \hat{\mathbf{F}}_{k|k-1}^{(i)})}. \end{aligned} \quad (9)$$

Nous pouvons observer que les densités $p(\mathbf{r}_k | \mathbf{B}_+^{(i)}, \hat{\mathbf{F}}_{k|k-1}^{(i)})$ et $p(\mathbf{r}_k | \mathbf{B}_-^{(i)}, \hat{\mathbf{F}}_{k|k-1}^{(i)})$ sont gaussiennes de moyenne $\mathbf{B}_+^{(i)} \hat{\mathbf{F}}_{k|k-1}^{(i)}$ et de variance scalaire $\mathbf{B}_+^{(i)} \tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1} \mathbf{B}_+^{(i)T} + \sigma_n^2$, où nous avons omis les exposants + et - et $\tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1} = E\{\tilde{\mathbf{F}}_{k|k-1}^{(i)} \tilde{\mathbf{F}}_{k|k-1}^{(i)T}\}$ est la matrice de covariance de l'erreur d'estimation $\tilde{\mathbf{F}}_{k|k-1}^{(i)} = \mathbf{F}_k - \hat{\mathbf{F}}_{k|k-1}^{(i)}$ fourni par le filtre de Kalman. En utilisant la fonction d'importance optimale, les poids sont donnés par [6]:

$$\begin{aligned} w_k^{(i)} &= w_{k-1}^{(i)} p(\mathbf{r}_k | \mathbf{B}_{k-1}^{(i)}, \hat{\mathbf{F}}_{k|k-1}^{(i)}) \\ &= p(\mathbf{r}_k | \mathbf{B}_+^{(i)}, \hat{\mathbf{F}}_{k|k-1}^{(i)}) + p(\mathbf{r}_k | \mathbf{B}_-^{(i)}, \hat{\mathbf{F}}_{k|k-1}^{(i)}) \end{aligned} \quad (10)$$

et sont normalisés par :

$$\tilde{w}_k^{(i)} = \frac{w_k^{(i)}}{\sum_{j=1}^N w_k^{(j)}}. \quad (11)$$

A la fin de la trame nous décidons que la séquence associée au meilleur chemin est la séquence de données émise. Le meilleur chemin est celui qui est associé au groupe de particules avec le poids maximal. Le poids d'un groupe est égal à la somme des poids de toutes les particules du groupe.

Comme dans le cas d'un espace d'état continu, l'algorithme SIS appliqué à un espace d'état discret présente un phénomène de dégénération. Après quelques itérations de l'algorithme, une seule particule a un poids normalisé proche de 1 et toutes les autres particules ont un poids pratiquement nul. En conséquence, une grande partie des calculs consiste à pour mettre à jour des particules qui n'auront aucune contribution sur l'estimation

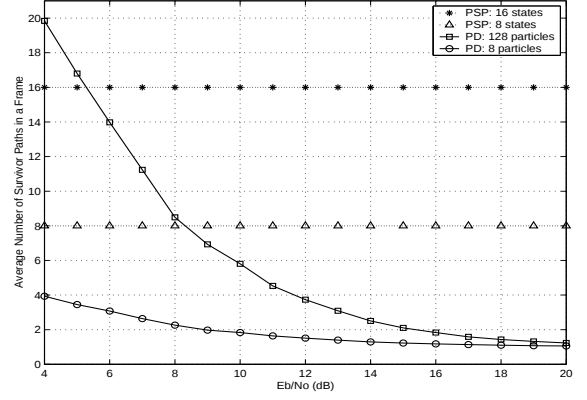


FIG. 3: Complexity versus Eb/No: Comparaison PSP-PD.

finale. Pour résoudre ce problème, différentes solutions de rééchantillonnage des particules ont été développées [1]. Dans [7] nous avons analysé les performances obtenues avec ces techniques. Dans cet article, nous retiendrons la solution suivante : lorsque le nombre des groupes avec une seule particule est supérieur à un seuil N_{one} , les particules sont déplacées dans le groupe avec le poids maximal.

4 Résultats de simulation

Dans cette section, nous comparons les performances du récepteur particulaire avec celle obtenues avec les récepteurs classiques à réduction de complexité. Les résultats de simulation sont donnés pour un système GSM, où chaque trame est traitée indépendamment. Le preamble est constitué de 26 bits connus, suivi par un bloc de 58 bits d'information. Nous considérons que les échantillons reçus sont décrits par (1). Pour le canal, nous utiliserons le modèle Hilly Terrain (HT), proposé dans la norme GSM [8], avec une fréquence Doppler de 200 Hz qui correspond à des conditions d'évanouissement rapide. La mémoire du canal L est égale à 6. Pour tous les récepteurs, nous estimons les coefficients du canal conjointement aux données en utilisant un filtre de Kalman.

En Fig. 2 et Fig. 3, nous comparons respectivement les performances et la complexité du récepteur particulaire avec celles du récepteur DDFSE. Si nous réduisons le nombre d'états dans le récepteur DDFSE, nous observons un pallier. Le récepteur particulaire ne présente pas ce comportement si nous réduisons le nombre des particules. Contrairement au récepteur DDFSE, la complexité du récepteur particulaire est adaptée au rapport signal à bruit. A complexité identique, excepté aux faibles rapports signal à bruit, la complexité du récepteur particulaire est toujours inférieure à celle du récepteur DDFSE. Donc, pour des canaux avec une grande mémoire, le récepteur particulaire présente un meilleur compromis entre performances et complexité que le récepteur DDFSE.

En Fig. 4 et Fig. 5, nous comparons respectivement les performances et la complexité du récepteur particulaire avec celles des récepteurs basés sur l'algorithme M et l'algorithme T. Les performances de l'algorithme T coïncident avec celles obtenues avec l'algorithme M. Cependant, l'algorithme T présente une complexité inférieure.

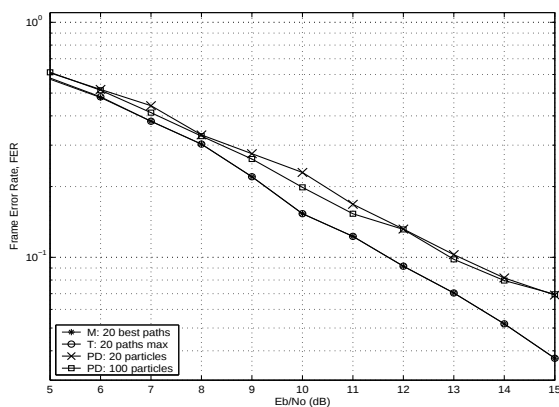


FIG. 4: FER versus E_b/N_0 : Comparaison algorithme M - algorithme T - PD.

Les résultats du récepteur particulaire sont sensiblement moins bons que ceux de l'algorithme T. Ces deux algorithmes ont une complexité qui change durant la trame et qui dépend du rapport signal à bruit. Nous avons observé que le récepteur particulaire ne permet pas améliorer l'excellent compromis entre performances et complexité de l'algorithme T. La principale différence entre ces deux approches est l'exploration de l'espace d'état. Pour l'algorithme T, l'élimination des chemins explorés est liée à une variable continue : la différence entre la vraisemblance du meilleur chemin et la vraisemblance du chemin analysé. Pour le récepteur particulaire, l'élimination dépend d'une quantité discrète : le nombre des particules dans un groupe. Les particules représentent une quantification de la vraisemblance de l'algorithme T. A cause de l'indivisibilité des particules nous perdons une partie de l'information contenue dans la vraisemblance. En conclusion, pour ce problème et à complexité identique, les performances du récepteur particulaire sont nécessairement inférieures à celles de l'algorithme T.

5 Conclusion

Dans cet article nous avons proposé un récepteur qui estime conjointement les données et le canal en utilisant respectivement un filtre particulaire et un filtre de Kalman. Nous avons appliqué le filtrage particulaire, généralement utilisé pour un espace d'état continu, sur l'espace d'état discret des données. Nous avons comparé ce récepteur avec les récepteurs classiques à réduction de complexité. Nous avons observé que le filtrage particulaire appliqué sur un espace d'état discret est un algorithme très similaire à l'algorithme T. Cependant, nous avons montré qu'à cause de l'indivisibilité des particules, nous ne pouvons pas obtenir avec le récepteur particulaire les mêmes performances que l'algorithme T à complexité identique. Nous pouvons conclure que si l'état caché du système est discret, il est préférable d'utiliser les méthodes classiques. En revanche, le filtrage particulaire présente de meilleures performances que les méthodes classiques lorsqu'il est utilisé dans d'autres problèmes de communications numériques qui nécessitent l'estimation de paramètres continus, comme par exemple l'estimation des retards des différents trajets

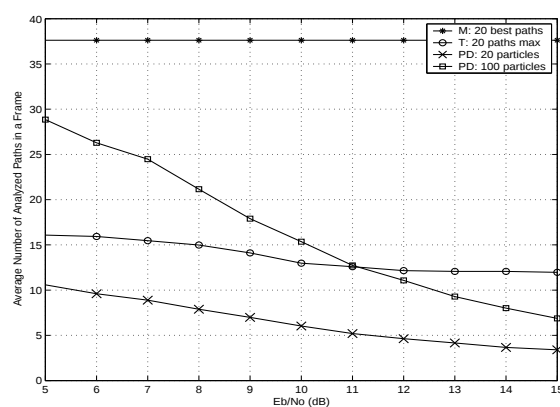


FIG. 5: Complexité versus E_b/N_0 : Comparaison algorithme M- algorithme T - PD.

d'un canal à évanouissement pour un système DS-CDMA [9].

Références

- [1] A. Doucet, J. F. G. de Freitas and N. J. Gordon, *Sequential Monte Carlo methods in practice*. New York: Springer-Verlag, 2001.
- [2] M. V. Eyuboğlu and S. U. H. Qureshi, "Reduced-state sequence estimation with set partitioning and decision feedback," *IEEE Trans. on Com.*, Vol. 36, pp. 13–20, Jan. 1988.
- [3] A. Duel-Hallen and C. Heegard, "Delayed decision-feedback sequence estimation," *IEEE Trans. on Com.*, Vol. 37, pp. 428–436, May 1989.
- [4] F. Jelinek and J. B. Anderson, "Instrumentable tree encoding of information sources," *IEEE Trans. on Inf. Theory (Corresp.)*, Vol. 17, pp. 118, Jan. 1971.
- [5] S. J. Simmons, "Breadth-first trellis decoding with adaptive effort," *IEEE Trans. on Com.*, Vol. 38, pp. 3–12, Jan. 1990.
- [6] A. Doucet, S. Godsill and C. Andrieu, "On sequential Monte Carlo sampling methods for Bayesian filtering," *Statistics and Computing*, Vol. 10, No. 3, pp. 197–208, 2000.
- [7] T. Bertozzi, D. Le Ruyet, G. Rigal and H. Vu-Thien, "On particle filtering for digital communications," *SPAWC Proceedings 2003*, Rome, Juin. 2003.
- [8] GSM Recommendations 05.05 Version 6.3.0 Release 1997, "Digital cellular telecommunications system (Phase 2+); radio transmission and reception."
- [9] T. Bertozzi and D. Le Ruyet, "Timing error detector using particle filtering," *ISSPA Proceedings 2003*, Paris, Juillet. 2003.